(URATPG-2023)

Number of Pages in Booklet : 28
पुस्तिका में पृष्ठों की संख्या : 28

Serial No. of Booklet 231002
पुस्तिका क्रमांक

Number of Questions in Booklet : 100
पुस्तिका में प्रश्नों की संख्या : 100

Admission Test for PG Course
MATHEMATICS
Subject Code / विषय कोड - 23

Roll No. of Candidate / अभ्यर्थी का अनुक्रमांक : .....

OMR Serial Number / ओ.एम.आर. क्रमांक : .....

Signature of Candidate / अभ्यर्थी के हस्ताक्षर : .....

Date of Examination / परीक्षा तिथि : .....

Signature of Invigilator / वीक्षक के हस्ताक्षर : .....

Time / समय : Two hours / दो घण्टे **Maximum Marks / पूर्णांक : 100**

INSTRUCTIONS

1. Answer all questions.
2. All questions carry equal marks.
3. In this booklet, the questions from serial no. 1 to serial no. 100 are subject specific.
4. Each question has four alternatives marked as (A), (B), (C), (D).
5. Choose only one alternative as an answer of each question.
6. If more than one answer is marked, then it will be treated as wrong answer.
7. Candidate has to darken only one circle indicating the correct answer on the OMR, sheets by using **BLUE / BLACK BALL POINT PEN.**
8. There is no provision of **Negative marking.**
9. Carrying Mobile phone/Electronic devices/ Smart watch in the examination hall is strictly prohibited. If any objectionable material is also found, then action will be taken as per University norms.
10. Please fill your Roll No. and other information carefully on OMR sheet. In case of any mistake on OMR sheet, candidate will be responsible.
11. No candidate will be allowed to leave the Hall before the end of examination.
12. If there is any difference between English and Hindi version of questions, the English version shall be correct.

निर्देश

1. सभी प्रश्नों के उत्तर दीजिये।
2. सभी प्रश्नों के अंक समान हैं।
3. इस प्रश्न पुस्तिका में क्रमांक 1 से क्रमांक 100 तक के प्रश्न विषय से संबंधित हैं।
4. प्रत्येक प्रश्न के चार वैकल्पिक उत्तर हैं जिन्हें क्रमशः (A), (B), (C), (D) से अंकित किया गया है।
5. प्रत्येक प्रश्न का केवल एक विकल्प उत्तर के रूप में चुनिये।
6. एक से अधिक उत्तर देने की दशा में प्रश्न का उत्तर गलत माना जाएगा।
7. अभ्यर्थी को सही उत्तर हेतु केवल एक गोले को ओ.एम.आर. शीट पर **नीले / काले बॉल प्वाइंट पेन** से गहरा करना है।
8. **नकारात्मक अंक** प्रदान करने का कोई प्रावधान नहीं है।
9. मोबाइल फोन/इलेक्ट्रॉनिक डिवाइस/स्मार्ट वॉच का परीक्षा हॉल में लाना पूर्णतया निषिद्ध है। साथ ही कोई भी अन्य वर्जित सामग्री मिलने पर विश्वविद्यालय के नियमानुसार कार्यवाही होगी।
10. अभ्यर्थी अपना रोल नम्बर एवं अन्य जानकारियों को ओ.एम.आर. शीट पर सावधानी से भरें। ओ.एम.आर. शीट पर कोई भी त्रुटि होने पर उसका पूर्ण दायित्व अभ्यर्थी का होगा।
11. परीक्षा समाप्ति के पूर्व किसी भी परीक्षार्थी को परीक्षा केन्द से बाहर जाने की अनुमति नहीं है।
12. यदि प्रश्न के हिन्दी और अंग्रेजी रूपान्तरणों के मध्य किसी प्रकार का फर्क पाया जाता है, तब अंग्रेजी रूपान्तरण को ही सही माना जाएगा।

SEAL

1. Let A be a set containing the positive integers that are between one and 500 and are not divisible by 2, nor by 3, nor by 5. Then cardinality of A is :

(A) 134

(B) 166

(C) 232

(D) 366

2. The Boolean expression $(a + a' \cdot b) \cdot (a' + a \cdot b)$ is equal to :

(A) 1

(B) a

(C) b

(D) a+b

3. If $73 \equiv x \pmod{13}$, what is the value of x if $50 < x < 65$?

(A) 54

(B) 55

(C) 60

(D) 64

4. The statement $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ is equivalent to :

(A) $\sim p$

(B) $\sim q$

(C) p

(D) q

5. The logical statement $(p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q)$ is :

(A) a tautology

(B) a contradiction

(C) equivalent to $\sim p \vee q$

(D) None of the above

1. माना A, एक से 500 के बीच के ऐसे धनात्मक पूर्णांकों का समुच्चय है जो ना 2 से, ना 3 से, और ना ही 5 से विभाज्य है। तब Aका गणनांक है :

(A) 134

(B) 166

(C) 232

(D) 366

2. बूलियन अभिव्यक्ति $(a + a' \cdot b) \cdot (a' + a \cdot b)$ बराबर है :

(A) 1

(B) a

(C) b

(D) a+b

3. यदि $73 \equiv x \pmod{13}$, तो x का मान, यदि $50 < x < 65$ है, होगा :

(A) 54

(B) 55

(C) 60

(D) 64

4. कथन $\sim (p \vee q) \vee (\sim p \wedge q)$ बराबर है :

(A) $\sim p$

(B) $\sim q$

(C) p

(D) q

5. तार्किक कथन $(p \rightarrow \sim q) \leftrightarrow (p \wedge q)$ है :

(A) एक पुनरुक्ति

(B) एक विरोधाभास

(C) $\sim p \vee q$ के बराबर है

(D) इनमें से कोई नहीं

6. The function $(1-tX)^{-2}$ is a generating function of the sequence :

(A) $t\,2^r$

(B) $(t+1)\,2^r$

(C) $t\,2^{r+1}$

(D) $(t+1)\,2^{r+1}$

7. If $a_0=0$, $a_1=1$, $a_2=4$ and $a_3=12$ satisfy the difference equation $a_r+c_1a_{r-1}+c_2a_{r-2}=0$ then $a_r=$

(A) 2^r

(B) 2^{r-1}

(C) $r\,2^r$

(D) $r\,2^{r-1}$

8. The poset $(\mathbf{Z}^+,\leq)$ is :

(A) a lattice

(B) not a lattice

(C) a ring

(D) none of these

9. The number of distinct binary trees possible with n labelled nodes is :

(A) $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n}$

(B) $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n+1}$

(C) $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n \lfloor n+1}$

(D) none of these

10. What is the maximum number of possible non-zero values in an adjacency matrix of a simple graph with n-vertices ?

(A) $\frac{n(n+1)}{2}$

(B) $\frac{n(n-1)}{2}$

(C) $n(n+1)$

(D) $n(n-1)$

6. फलन $(1-tX)^{-2}$, किस अनुक्रम का जनक फलन है ?

(A) $t\,2^r$

(B) $(t+1)\,2^r$

(C) $t\,2^{r+1}$

(D) $(t+1)\,2^{r+1}$

7. यदि $a_0=0$, $a_1=1$, $a_2=4$ तथा $a_3=12$, अन्तर समीकरण $a_r+c_1a_{r-1}+c_2a_{r-2}=0$ को संतुष्ट करते हो तो $a_r=$

(A) 2^r

(B) 2^{r-1}

(C) $r\,2^r$

(D) $r\,2^{r-1}$

8. पोसेट $(\mathbf{Z}^+,\leq)$ है :

(A) एक जालक

(B) एक जालक नहीं है

(C) एक वलय

(D) इनमें से कोई नहीं

9. n अंकित नोड्स के साथ संभावित बाइनरी ट्री की संख्या होगी :

(A) $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n}$

(B) $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n+1}$

(C) $\frac{\lfloor 2n}{\lfloor n \lfloor n+1}$

(D) इनमें से कोई नहीं

10. एक n-शीर्षों वाले सरल ग्राफ की आसन्न मैट्रिक्स में अधिकतम अशून्य प्रविष्टियों की संख्या क्या है ?

(A) $\frac{n(n+1)}{2}$

(B) $\frac{n(n-1)}{2}$

(C) $n(n+1)$

(D) $n(n-1)$

11. A simple non-directed graph contains 21 edges, 3 vertices of degree 4 and the other vertices are of degree 2. Then the number of vertices in the graph is :

(A) 13

(B) 18

(C) 21

(D) 24

11. एक सरल अनिर्दिष्ट ग्राफ में 21 कोर, 4 घात वाले 3 शीर्ष, तथा अन्य शीर्ष 2 घात के हैं। तब ग्राफ मे शीर्षों की संख्या है :

(A) 13

(B) 18

(C) 21

(D) 24

12. The series $x + x^{1+\frac{1}{2}} + x^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} + \ldots$ is convergent if :

(A) $x < \frac{1}{e}$

(B) $x < 1$

(C) $x < e$

(D) $x > e$

12. श्रृंखला $x + x^{1+\frac{1}{2}} + x^{1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}} + \ldots$ अभिसारी है, यदि :

(A) $x < \frac{1}{e}$

(B) $x < 1$

(C) $x < e$

(D) $x > e$

13. The series $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+1}{n^2+3n+7}$ is :

(A) divergent

(B) absolutely convergent

(C) conditionally convergent

(D) oscillating

13. श्रृंखला $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n \frac{n+1}{n^2+3n+7}$ है :

(A) अपसारी

(B) पूर्णत: अभिसारी

(C) सशर्त अभिसारी

(D) दोलायमान

14. Select the correct statement for the function

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x - y}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

(A) $f(x, y)$ is not continuous at (0, 0)

(B) $f_x(0, 0)$ and $f_y(0, 0)$ exist

(C) Both (A) and (B) are true

(D) Both (A) and (B) are false

14. फलन $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 + y^2}{x - y}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ के लिए सही कथन चुनिए :

(A) $f(x, y)$ बिन्दु (0, 0) पर असंतत है।

(B) $f_x(0, 0)$ तथा $f_y(0, 0)$ विद्यमान है।

(C) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

(D) (A) तथा (B) दोनों असत्य हैं।

15. If $h\left(\frac{z}{x}, \frac{y}{x}\right) = 0$, where $z = f(x, y)$ then $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} =$

(A) 0

(B) z

(C) $2z$

(D) None of these

16. The function $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$ has a :

(A) Saddle point at (0, 0)

(B) Local minimum at $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{12}\right)$

(C) Both (A) and (B) are true

(D) Both (A) and (B) are false

17. The equation of the envelope of the family of curves $x\sec^2\theta + y\,\text{cosec}^2\theta = \alpha$, where α is a constant and θ is a parameter, is :

(A) $(x+y-\alpha)^2 - 4xy = 0$

(B) $(x-y-\alpha)^2 - 4xy = 0$

(C) $(x+y-\alpha)^2 + 4xy = 0$

(D) $(x-y-\alpha)^2 + 4xy = 0$

18. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\log x}}\,dx$ is equal to :

(A) 0

(B) $\sqrt{\pi}$

(C) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(D) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

15. यदि $h\left(\frac{z}{x}, \frac{y}{x}\right) = 0$, जहाँ $z = f(x, y)$ तब $x\frac{\partial f}{\partial x} + y\frac{\partial f}{\partial y} =$

(A) 0

(B) z

(C) $2z$

(D) इनमें से कोई नहीं

16. फलन $f(x, y) = xy - x^3 - y^2$ का :

(A) पल्याण बिन्दु (0, 0) पर है।

(B) स्थानीय न्यूनतम $\left(\frac{1}{6}, \frac{1}{12}\right)$ पर है।

(C) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

(D) (A) तथा (B) दोनों असत्य हैं।

17. वक्रों $x\sec^2\theta + y\,\text{cosec}^2\theta = \alpha$, के कुल के अन्वालोप का समीकरण, जहाँ α अचर तथा θ प्राचल है, है :

(A) $(x+y-\alpha)^2 - 4xy = 0$

(B) $(x-y-\alpha)^2 - 4xy = 0$

(C) $(x+y-\alpha)^2 + 4xy = 0$

(D) $(x-y-\alpha)^2 + 4xy = 0$

18. $\int_0^1 \frac{1}{\sqrt{-\log x}}\,dx$ बराबर है :

(A) 0

(B) $\sqrt{\pi}$

(C) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(D) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

19. $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan x}\, dx$ is equal to :

(A) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

(B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$

20. The portion of the curve $y = x^{1/3}$, for $0 \le y \le 1$, is rotated about y-axis. The surface area of the generated surface is :

(A) $\frac{\pi}{3}\left(\sqrt{2} - 1\right)$

(B) $\frac{\pi}{6}\left(\sqrt{2} - 1\right)$

(C) $\frac{\pi}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$

(D) $\frac{\pi}{6}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$

21. $\int_0^1 \int_y^1 \frac{e^x}{x}\, dx\, dy$ is equal to :

(A) $\frac{e}{2}$

(B) e

(C) $\frac{(e-1)}{2}$

(D) $e-1$

19. $\int_0^{\pi/2} \sqrt{\tan x}\, dx$ बराबर है :

(A) $\sqrt{\frac{\pi}{2}}$

(B) $\frac{\sqrt{\pi}}{2}$

(C) $\frac{\pi}{2}$

(D) $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$

20. वक्र $y = x^{1/3}$ का भाग, जब $0 \le y \le 1$ है, y-अक्ष के परित: घुमाया जाता है। उत्पन्न सतह का पृष्ठीय क्षेत्रफल है :

(A) $\frac{\pi}{3}\left(\sqrt{2} - 1\right)$

(B) $\frac{\pi}{6}\left(\sqrt{2} - 1\right)$

(C) $\frac{\pi}{3}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$

(D) $\frac{\pi}{6}\left(2\sqrt{2} - 1\right)$

21. $\int_0^1 \int_y^1 \frac{e^x}{x}\, dx\, dy$ बराबर है :

(A) $\frac{e}{2}$

(B) e

(C) $\frac{(e-1)}{2}$

(D) $e-1$

22. The volume of the solid generated by revolving the finite region between the curves $y = x^2$ and $x = y^2$ in the first octant about x-axis is :

(A) $\frac{\pi}{20}$

(B) $\frac{\pi}{10}$

(C) $\frac{\pi}{5}$

(D) $\frac{3\pi}{10}$

23. The area of the region

$\left\{(x, y) : \frac{y^2}{2} - 3 \le x \le 1 + y\right\}$ is :

(A) 10

(B) 18

(C) 24

(D) 30

24. The hyperbola with eccentricity $\frac{3}{2}$ and directrix $x = 2$ is given by :

(A) $r = \frac{3}{(2 + 3\cos\theta)}$

(B) $r = \frac{3}{(1 + 2\cos\theta)}$

(C) $r = \frac{2}{(2 + 3\cos\theta)}$

(D) None of these

22. प्रथम अष्टांश में वक्रों $y = x^2$ तथा $x = y^2$ के बीच के परिमित क्षेत्र को x-अक्ष के सापेक्ष घुमाने से उत्पन्न ठोस का आयतन है :

(A) $\frac{\pi}{20}$

(B) $\frac{\pi}{10}$

(C) $\frac{\pi}{5}$

(D) $\frac{3\pi}{10}$

23. क्षेत्र $\left\{(x, y) : \frac{y^2}{2} - 3 \le x \le 1 + y\right\}$ का क्षेत्रफल है :

(A) 10

(B) 18

(C) 24

(D) 30

24. उत्केन्द्रता $\frac{3}{2}$ तथा नियता $x = 2$ वाला अतिपरवलय दिया जाता है :

(A) $r = \frac{3}{(2 + 3\cos\theta)}$

(B) $r = \frac{3}{(1 + 2\cos\theta)}$

(C) $r = \frac{2}{(2 + 3\cos\theta)}$

(D) इनमें से कोई नहीं

infty

25. Let ψ denote the angle between the radius vector and the tangent line to the curve $r = \frac{1}{1+\cos\theta}$ then :

(A) $\psi = \frac{\theta}{2}$

(B) $\psi = \theta$

(C) $\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$

(D) $\psi = \frac{\pi}{2} - \theta$

26. For what value of c, the line $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{c}$ is a generator of the quadratic $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = z$.

(A) -1

(B) 1

(C) -2

(D) 2

27. The equation
$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2xz - 2x - 4y - 2z + 3 = 0$
represents :

(A) Hyperbolic cylinder

(B) Elliptic cylinder

(C) Parabolic cylinder

(D) Pair of parallel planes

28. A circle S of radius r is the director circle of another circle S_1, S_1 is the director circle of S_2, and so on. If the sum of the radii of all these circles is 8 then the value of r is :

(A) $8 - 4\sqrt{2}$

(B) $8 + 4\sqrt{2}$

(C) $4 - 2\sqrt{2}$

(D) $4 + 2\sqrt{2}$

25. माना ψ त्रिज्या सदिश तथा वक्र $r = \frac{1}{1+\cos\theta}$ की स्पर्श रेखा के बीच के कोण को दर्शाता है तब :

(A) $\psi = \frac{\theta}{2}$

(B) $\psi = \theta$

(C) $\psi = \frac{\pi}{2} - \frac{\theta}{2}$

(D) $\psi = \frac{\pi}{2} - \theta$

26. c के किस मान के लिए रेखा $\frac{x+2}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-1}{c}$, द्विघात $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = z$ की जनक है :

(A) -1

(B) 1

(C) -2

(D) 2

27. समीकरण
$x^2 + y^2 + z^2 - 2xy - 2yz + 2xz - 2x - 4y - 2z + 3 = 0$
दर्शाता है :

(A) अतिपरवलिक बेलन

(B) दीर्घवृत्ताकार बेलन

(C) परवलयिक बेलन

(D) समानान्तर समतलों का जोड़ा

28. r त्रिज्या का वृत्त S एक दूसरे वृत्त S_1 का नियामक वृत्त है, S_1, S_2 का नियामक वृत्त है, इत्यादि। यदि इन सभी वृत्तों की त्रिज्याओं का योग 8 है तो r का मान होगा :

(A) $8 - 4\sqrt{2}$

(B) $8 + 4\sqrt{2}$

(C) $4 - 2\sqrt{2}$

(D) $4 + 2\sqrt{2}$

29. The pedal equation of the logarithmic spiral $r = a\, e^{(\cos\alpha/\sin\alpha)\theta}$ is :

(A) $p = |\cos\alpha| \cdot r$

(B) $p = |\sin\alpha| \cdot r$

(C) $p = |\cot\alpha| \cdot r$

(D) $p = |\tan\alpha| \cdot r$

30. The asymptotes parallel to co-ordinate axes of the curve $a^2x^2 + b^2y^2 = x^2y^2$.

(A) $x = \pm a, y = \pm b$

(B) $x = \pm b, y = \pm a$

(C) Both (A) and (B)

(D) Neither of (A) and (B)

31. The set of all feasible solutions of an LPP is a :

(A) Convex set

(B) Closed set

(C) Both (A) and (B) are true

(D) Both (A) and (B) are false

32. The maximum value of $z = x + y$ subject to $2x - y \geq 1$, $x \leq 3$ and $x, y \geq 0$ is :

(A) 3

(B) 5

(C) 8

(D) 10

33. In LPP, if the dual has an unbounded solution then the primal has :

(A) an unbounded solution

(B) an infeasible solution

(C) a unique solution

(D) none of these

29. लघुगणकीय सर्पिल $r = a\, e^{(\cos\alpha/\sin\alpha)\theta}$ का पेडल समीकरण है :

(A) $p = |\cos\alpha| \cdot r$

(B) $p = |\sin\alpha| \cdot r$

(C) $p = |\cot\alpha| \cdot r$

(D) $p = |\tan\alpha| \cdot r$

30. निर्देशांक अक्षों के समानान्तर वक्र $a^2x^2 + b^2y^2 = x^2y^2$ के अनन्तस्पर्शी है :

(A) $x = \pm a, y = \pm b$

(B) $x = \pm b, y = \pm a$

(C) (A) और (B) दोनों

(D) न तो (A) न ही (B)

31. एक LPP के सभी सुसंगत हलों का समुच्चय होता है :

(A) अवमुख समुच्चय

(B) संवृत्त समुच्चय

(C) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

(D) (A) तथा (B) दोनों असत्य हैं।

32. $z = x + y$ का अधिकतम मान, अगर $2x - y \geq 1$, $x \leq 3$ तथा $x, y \geq 0$ हो, है :

(A) 3

(B) 5

(C) 8

(D) 10

33. LPP में यदि द्वैत का असीमित हल है तो मौलिक का :

(A) असीमित हल होगा

(B) असंगत हल होगा

(C) अद्वितीय हल होगा

(D) इनमें से कोई नहीं

34. Dual variables associated with equality constraints are :

(A) unrestricted

(B) constant

(C) slack variables

(D) surplus variables

35. Select the incorrect statement :

(A) All Euclidean spaces are complete.

(B) A compact metric space may not be complete.

(C) In a metric space, every convergent sequence is a Cauchy sequence.

(D) Every connected subset of **R** is either an interval or a singleton set.

36. Let $S = [1, 2) \cup [4, 5]$ and $f : S \to \mathbf{R}$ be a strictly increasing function so that $f(S)$ is connected. Which of the following statements is true ?

(A) f is continuous

(B) f has exactly one discontinuity

(C) f has infinitely many discontinuities

(D) No such f exists

37. Let $x_n = (-1)^{n+1}$ for $n \geq 1$ and $y_n = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$ for all $n \in \mathbf{N}$ then the sequence $\{y_n\}$ is :

(A) Bounded but divergent

(B) Unbounded

(C) Monotonic

(D) Convergent

34. समता व्यवरोधों से संबद्ध द्वैत चर होते हैं :

(A) अप्रतिबंधित

(B) अचर

(C) न्यूनतापूरक चर

(D) अधिकतापूरक चर

35. गलत कथन का चुनाव कीजिए :

(A) सभी यूक्लिडियन समष्टियाँ पूर्ण होती हैं।

(B) एक संहत दूरीक समष्टि पूर्ण नहीं भी हो सकती है।

(C) एक दूरीक समष्टि में प्रत्येक अभिसारी अनुक्रम कॉशी अनुक्रम होता है।

(D) **R** का प्रत्येक संबद्ध उप-समुच्चय या तो एक अंतराल है या एक एकल समुच्चय है।

36. माना $S = [1, 2) \cup [4, 5]$ तथा $f : S \to \mathbf{R}$ एक निरंतर वर्धमान फलन है ताकि $f(S)$ संबद्ध है। निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

(A) f संतत है।

(B) f का केवल एक असांतत्य है।

(C) f के अपरिमित रूप से अनेक असांतत्याएँ है।

(D) ऐसा कोई f विद्यमान नहीं करता।

37. माना $x_n = (-1)^{n+1}$, $n \geq 1$ के लिए तथा $y_n = \dfrac{x_1 + x_2 + \cdots + x_n}{n}$, सभी $n \in \mathbf{N}$ के लिए, तो अनुक्रम $\{y_n\}$ है :

(A) परिबद्ध-परन्तु अपसारी

(B) अपरिबद्ध

(C) एकदिष्ट

(D) अभिसारी

38. Select the correct statement for the sequence of partial sums $\{H_n\}$ of the harmonic series defined by $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$:

(A) $\lim_{n \to \infty} |H_{n+1} - H_n| = 0$

(B) $\{H_n\}$ is a Cauchy sequence

(C) Both (A) and (B) are true

(D) Both (A) and (B) are false

39. Let $f : [0, 2] \to \mathbf{R}$ be a differentiable function so that $f(0) = 0$, $f(1) = 2$ and $f(2) = 1$ then there certainly exists $c \in (0, 2)$ such that $f'(c) = k$ if :

(A) $-1 < k < 1$

(B) $-1 < k < 2$

(C) $-1 < k < 3$

(D) $-1 < k < 4$

40. If $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ is given by $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$ then :

(A) f is locally invertible on the whole of $\mathbf{R}^2$.

(B) f is globally invertible on the whole of $\mathbf{R}^2$.

(C) f is not invertible at the origin.

(D) f is not invertible anywhere on $\mathbf{R}^2$.

41. Select the correct statement :

(A) Riemann integrability $\Rightarrow$ Darboux integrability

(B) Darboux integrability $\Rightarrow$ Riemann integrability

(C) Both (A) and (B) are true

(D) Both (A) and (B) are false

38. हरात्मक श्रेणी के आंशिक योगों के अनुक्रम $\{H_n\}$, जो $H_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k}$ द्वारा परिभाषित है, के लिए सही कथन चुनिये :

(A) $\lim_{n \to \infty} |H_{n+1} - H_n| = 0$

(B) $\{H_n\}$ एक कॉशी अनुक्रम है।

(C) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

(D) (A) तथा (B) दोनों असत्य हैं।

39. माना $f : [0, 2] \to \mathbf{R}$ एक अवकलनीय फलन है कि $f(0) = 0$, $f(1) = 2$ तथा $f(2) = 1$ तो निश्चित तौर पर एक बिन्दु $c \in (0, 2)$ विद्यमान होगा जिसके लिए $f'(c) = k$ होगा यदि :

(A) $-1 < k < 1$

(B) $-1 < k < 2$

(C) $-1 < k < 3$

(D) $-1 < k < 4$

40. यदि $f : \mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$ दिया जाता है $f(x, y) = (e^x \cos y, e^x \sin y)$ से तो :

(A) f सम्पूर्ण $\mathbf{R}^2$ पर स्थानत: व्युत्क्रमणीय है।

(B) f सम्पूर्ण $\mathbf{R}^2$ पर सार्वत्रिक व्युत्क्रमणीय है।

(C) f मूलबिंदु पर व्युत्क्रमणीय नहीं है।

(D) f, $\mathbf{R}^2$ में कहीं भी व्युत्क्रमणीय नहीं है।

41. सही कथन का चयन कीजिए :

(A) रीमॉन समाकलनीयता $\Rightarrow$ डार्बोक्स समाकलनीयता

(B) डार्बोक्स समाकलनीयता $\Rightarrow$ रीमॉन समाकलनीयता

(C) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

(D) (A) तथा (B) दोनों असत्य हैं।

42. Let f be a function of bounded variation. Then :

(A) f has one-sided limits at each point of [a, b].

(B) f has at most countably many discontinuities on [a, b].

(C) f is the difference of two strictly increasing functions.

(D) all the above statements are true.

43. Let a, b$\in$**N** and $d_n = \dfrac{\binom{n}{a}}{\binom{n}{b}}$ for n > a, b then the sequence $\{d_n\}$:

(A) converges for all a, b.

(B) converges if $a \leqslant b$.

(C) converges if $a \geqslant b$.

(D) always diverges.

44. Which of the following is a metric on **R** ?

(A) $d(x, y) = |x| + |y|$

(B) $d(x, y) = (x - y)^2$

(C) $d(x, y) = \max\{|x|, |y|\}$

(D) None of these

45. Order and degree of the differential equation $\left[1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}} = k\dfrac{d^2y}{dx^2}$ are respectively :

(A) 1 and 2

(B) 1 and 3

(C) 2 and 1

(D) 2 and 3

42. माना f एक परिबद्ध-विचरण वाला फलन है। तब :

(A) f की [a, b] के प्रत्येक बिन्दु पर एकपुच्छीय सीमा है।

(B) f की [a, b] में अधिक से अधिक गणनीयत: कई असांतत्यताएँ हैं।

(C) f दो निरंतर वर्धमान फलनों का अंतर है।

(D) उपरोक्त सभी कथन सत्य है।

43. माना a, b$\in$**N** तथा n > a, b के लिए $d_n = \dfrac{\binom{n}{a}}{\binom{n}{b}}$ तो अनुक्रम $\{d_n\}$:

(A) सभी a, b के लिए अभिसारी है।

(B) अभिसारी है यदि $a \leqslant b$ है।

(C) अभिसारी है यदि $a \geqslant b$ है।

(D) सदैव अपसारी है।

44. निम्नलिखित में से कौनसा **R** पर एक दूरीक है ?

(A) $d(x, y) = |x| + |y|$

(B) $d(x, y) = (x - y)^2$

(C) $d(x, y) = \max\{|x|, |y|\}$

(D) इनमें से कोई नहीं

45. अवकल समीकरण $\left[1 + \left(\dfrac{dy}{dx}\right)^3\right]^{\frac{2}{3}} = k\dfrac{d^2y}{dx^2}$ की कोटि तथा घात क्रमश: है :

(A) 1 तथा 2

(B) 1 तथा 3

(C) 2 तथा 1

(D) 2 तथा 3

46. If the ODE $P\,dx + x\sin y\,dy = 0$ is exact then P is :

(A) $y \sin x$

(B) $\sin x + \cos y$

(C) $-\cos y$

(D) $y^2 - \sin x$

47. The integrating factor of the ODE $y' + \tan x \cdot y = \sin 2x$ is :

(A) $\log|\cos x|$

(B) $\log|\sec x|$

(C) $\cos x$

(D) $\sec x$

48. The singular solution of differential equation $y = px + a\sqrt{1+p^2}$; $p = \frac{dy}{dx}$, is :

(A) $x^2 + y^2 = a^2$

(B) $x^2 - y^2 = a^2$

(C) $y^2 - x^2 = a^2$

(D) None of these

49. For the differential equation $\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} = x^2(a+bx)$, the complementary function is :

(A) $(c_1 + c_2x)e^x + e^{-x}\left(c_3\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

(B) $(c_1 + c_2x)e^{-x} + e^{\frac{x}{2}}\left(c_3\cos\frac{1}{\sqrt{2}}x + c_4\sin\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)$

(C) $(c_1 + c_2x) + e^{\frac{-x}{2}}\left(c_3\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

(D) $(c_1 + c_2x) + e^{\frac{x}{2}}\left(c_3\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

46. यदि ODE $P\,dx + x\sin y\,dy = 0$ यतातथ है तो P है :

(A) $y \sin x$

(B) $\sin x + \cos y$

(C) $-\cos y$

(D) $y^2 - \sin x$

47. ODE $y' + \tan x \cdot y = \sin 2x$ का समाकलन गुणक है :

(A) $\log|\cos x|$

(B) $\log|\sec x|$

(C) $\cos x$

(D) $\sec x$

48. अवकल समीकरण $y = px + a\sqrt{1+p^2}$; $p = \frac{dy}{dx}$ का विचित्र हल है :

(A) $x^2 + y^2 = a^2$

(B) $x^2 - y^2 = a^2$

(C) $y^2 - x^2 = a^2$

(D) इनमें से कोई नहीं

49. अवकल समीकरण $\frac{d^4y}{dx^4} + \frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} = x^2(a+bx)$ के लिए पूरक फलन है :

(A) $(c_1 + c_2x)e^x + e^{-x}\left(c_3\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

(B) $(c_1 + c_2x)e^{-x} + e^{\frac{x}{2}}\left(c_3\cos\frac{1}{\sqrt{2}}x + c_4\sin\frac{1}{\sqrt{2}}x\right)$

(C) $(c_1 + c_2x) + e^{\frac{-x}{2}}\left(c_3\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

(D) $(c_1 + c_2x) + e^{\frac{x}{2}}\left(c_3\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_4\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)$

12

50. The differential equation $P_0y''' + P_1y'' + P_2y' + P_3y = 0$ is exact if :

(A) $P_3 - P_2 + P_1 - P_0 = 0$

(B) $P_3 + P_2 + P_1 + P_0 = 0$

(C) $P_3 + P'_2 + P''_1 + P'''_0 = 0$

(D) $P_3 - P'_2 + P''_1 - P'''_0 = 0$

50. अवकल समीकरण $P_0y''' + P_1y'' + P_2y' + P_3y = 0$ यतातय है, यदि :

(A) $P_3 - P_2 + P_1 - P_0 = 0$

(B) $P_3 + P_2 + P_1 + P_0 = 0$

(C) $P_3 + P'_2 + P''_1 + P'''_0 = 0$

(D) $P_3 - P'_2 + P''_1 - P'''_0 = 0$

51. Let Wronskian $W(y_1, y_2)$, of two functions $y_1(x)$ and $y_2(x)$, is equal to zero, then y_1 and y_2 must always be :

(A) linearly dependent

(B) linearly independent

(C) constant

(D) none of these

51. माना दो फलनों $y_1(x)$ तथा $y_2(x)$ का व्रोन्स्कियन $W(y_1, y_2)$ शून्य के बराबर है तो y_1 तथा y_2 सदैव होंगे :

(A) रैखिक परतन्त्र

(B) रैखिक स्वतन्त्र

(C) अचर

(D) इनमें से कोई नहीं

52. Which of the following is the correct choice of particular integral for the ODE $(D^2 + 4)\, y = 12\cos^2 x$?

(A) $A \cos^2 x + B \sin^2 x$

(B) $A \cos 2x + B \sin 2x$

(C) $A\, x \cos 2x + B\, x \sin 2x + C$

(D) none of these

52. निम्नलिखित में से कौन सा ODE $(D^2 + 4)\, y = 12\cos^2 x$ के विशेष समाकल का सही विकल्प है ?

(A) $A \cos^2 x + B \sin^2 x$

(B) $A \cos 2x + B \sin 2x$

(C) $A\, x \cos 2x + B\, x \sin 2x + C$

(D) इनमें से कोई नहीं

53. The complete integral of the PDE $p^2 + q^2 = 1$ is :

(A) $z = ax + \sqrt{1 - a^2}\, y + c$

(B) $z = a^2 x + \left(1 - a^2\right) y + c$

(C) Both (A) and (B) are correct

(D) none of the above

53. PDE $p^2 + q^2 = 1$ का पूर्ण समाकल है :

(A) $z = ax + \sqrt{1 - a^2}\, y + c$

(B) $z = a^2 x + \left(1 - a^2\right) y + c$

(C) (A) तथा (B) दोनों सही हैं।

(D) इनमें से कोई नहीं

54. The general solution of the PDE $r = a^2 t$ is :

$$r \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\ t \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

(A) $z = \phi(y + ax) + \Psi(y - ax)$

(B) $z = \phi(ay + x) + \Psi(ay - x)$

(C) $z = \phi(ay + ax) + \Psi(ay - ax)$

(D) none of the above

55. The PDE obtained by eliminating the arbitrary function f from the relation $z = (x+y) \cdot f(x^2 - y^2)$ is :

(A) $px + qy = z$

(B) $py + qx = z$

(C) $px - qy = z$

(D) $py - qx = z$

56. The particular integral for the PDE $(D^2 - 2DD')\ z = x^3 y$; $D \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, $D' \equiv \frac{\partial}{\partial y}$, is given by :

(A) $x^3 y + \frac{x^4}{2}$

(B) $\frac{x^4 y}{4} + \frac{x^5}{10}$

(C) $\frac{x^5 y}{20} + \frac{x^6}{60}$

(D) $\frac{x^4 y}{4} + \frac{x^5}{20}$

57. If Δ is the forward difference operator, $f_i = f(x_i)$, and $g_i = g(x_i)$, then $\Delta(f_i g_i) =$

(A) $f_i \Delta g_i + g_i \Delta f_i$

(B) $f_i \Delta g_i + g_{i+1} \Delta f_i$

(C) $f_i \Delta g_{i+1} + g_i \Delta f_{i+1}$

(D) $f_{i+1} \Delta g_i + g_{i+1} \Delta f_i$

54. PDE $r = a^2 t$ का व्यापक हल है :

$$r \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial x^2},\ t \equiv \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$$

(A) $z = \phi(y + ax) + \Psi(y - ax)$

(B) $z = \phi(ay + x) + \Psi(ay - x)$

(C) $z = \phi(ay + ax) + \Psi(ay - ax)$

(D) उपरोक्त में से कोई नहीं

55. संबन्ध $z = (x+y) \cdot f(x^2 - y^2)$ से स्वेच्छ फलन f के विलोपन से प्राप्त PDE है :

(A) $px + qy = z$

(B) $py + qx = z$

(C) $px - qy = z$

(D) $py - qx = z$

56. PDE $(D^2 - 2DD')\ z = x^3 y$; $D \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, $D' \equiv \frac{\partial}{\partial y}$ का विशेष समाकलन है :

(A) $x^3 y + \frac{x^4}{2}$

(B) $\frac{x^4 y}{4} + \frac{x^5}{10}$

(C) $\frac{x^5 y}{20} + \frac{x^6}{60}$

(D) $\frac{x^4 y}{4} + \frac{x^5}{20}$

57. यदि Δ अग्र अन्तर संकारक है, $f_i = f(x_i)$, और $g_i = g(x_i)$, हो तो $\Delta(f_i g_i) =$

(A) $f_i \Delta g_i + g_i \Delta f_i$

(B) $f_i \Delta g_i + g_{i+1} \Delta f_i$

(C) $f_i \Delta g_{i+1} + g_i \Delta f_{i+1}$

(D) $f_{i+1} \Delta g_i + g_{i+1} \Delta f_i$

58. If $f(x) = \frac{1}{x^2}$ then the divided difference $f[2, 5] =$

(A) $\frac{7}{100}$

(B) $\frac{-7}{100}$

(C) $\frac{21}{100}$

(D) $\frac{-21}{100}$

59. Which of the following interpolation formula is the average of Gauss' forward and Gauss' backward interpolation formula ?

(A) Lagrange's formula

(B) Newton's formula

(C) Stirling's formula

(D) None of these

60. If function values $f(x_i)$ are known at eighteen equispaced points in the interval [a, b], including end-points. Then, which of the following quadrature rule can be used to evaluate $\int_a^b f(x)\, dx$?

(A) Trapezoidal rule

(B) Simpson's $\frac{1}{3}$ - rule

(C) Simpson's $\frac{3}{8}$ - rule

(D) All of these

58. यदि $f(x) = \frac{1}{x^2}$ है तो विभाजित अंतर $f[2, 5] =$

(A) $\frac{7}{100}$

(B) $\frac{-7}{100}$

(C) $\frac{21}{100}$

(D) $\frac{-21}{100}$

59. निम्न में से कौनसा अन्तर्वेशन सूत्र गॉस के अग्र एवं पश्च अंतर्वेशन सूत्रों का औसत है ?

(A) लैग्रेज सूत्र

(B) न्यूटन सूत्र

(C) स्टरलिंग सूत्र

(D) इनमें कोई नहीं

60. यदि फलन के मान $f(x_i)$ अन्तराल [a, b] में अंत्य बिन्दुओं को मिलाकर अठारह समदूरस्थ बिन्दुओं पर दिये गये हो तो निम्न में से किस क्षेत्रकलन-सूत्र का प्रयोग $\int_a^b f(x)\, dx$ का मान निकालने के लिए किया जा सकता है ?

(A) ट्रेपेजोइडाल नियम

(B) सिम्पसन का एक तिहाई नियम

(C) सिम्पसन का $\frac{3}{8}$ -नियम

(D) इनमें से सभी

61. If λ_i (for $i = 1, 2, 3, 4$) denote the roots of the equation $4x^4 - 20x^3 - 7x^2 + 38x - 15 = 0$ then $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2 =$

(A) $\frac{43}{2}$

(B) $\frac{57}{2}$

(C) $\frac{63}{2}$

(D) $\frac{67}{2}$

62. The order of convergence of the iterative scheme $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, while finding the real root $x = 1$ of $e^x - ex = 0$, will be :

(A) linear

(B) quadratic

(C) cubic

(D) the golden ratio

63. Which of the following fixed-point iteration schemes will not converge to $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$?

(A) $x_{n+1} = \sqrt{1 + x_n}$

(B) $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 1}{2x_n - 1}$

(C) $x_{n+1} = x_n^2 - 1$

(D) All the above schemes converge to $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$

61. यदि λ_i ($i = 1, 2, 3, 4$ के लिए) समीकरण $4x^4 - 20x^3 - 7x^2 + 38x - 15 = 0$ के मूलों को दर्शाता है तो $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + \lambda_4^2 =$

(A) $\frac{43}{2}$

(B) $\frac{57}{2}$

(C) $\frac{63}{2}$

(D) $\frac{67}{2}$

62. समीकरण $e^x - ex = 0$ के वास्तविक मूल $x = 1$ को ज्ञात करते हुए पुनरावृत्ति योजना $x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}$, के अभिसरण की कोटि होगी :

(A) रैखीय

(B) द्विघाती

(C) त्रिघाती

(D) स्वर्णिम अनुपात

63. निम्न में से कौनसी नियत बिन्दु पुनरावृत्ति योजना $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$ को अभिसरित नहीं होगी ?

(A) $x_{n+1} = \sqrt{1 + x_n}$

(B) $x_{n+1} = \frac{x_n^2 + 1}{2x_n - 1}$

(C) $x_{n+1} = x_n^2 - 1$

(D) उपरोक्त सभी योजनाएँ $\frac{(1+\sqrt{5})}{2}$ को अभिसरित होंगी

64. Which of the following matrices is ill-conditioned ?

(A) $\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 10^{-10} & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{bmatrix}$

(D) None of these

65. The local truncation error of Euler's method is :

(A) O (h)

(B) O (h^2)

(C) O (h^3)

(D) $O\left(h^{\frac{3}{2}}\right)$

66. The approximate solution of the IVP $y' = x + y$ subject to $y(0) = 1$, after two iterations of picard's method, is :

(A) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$

(B) $1 + 2x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

(C) $1 + 2x + x^2 + \frac{x^3}{3}$

(D) $1 + x + x^2 + \frac{x^3}{6}$

64. निम्न में से कौनसी मेट्रिक्स (आव्यूह) कुप्रतिबंधित है ?

(A) $\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{10} \end{bmatrix}$

(B) $\begin{bmatrix} 10^{-10} & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{bmatrix}$

(C) $\begin{bmatrix} 10^{10} & 0 \\ 0 & 10^{-10} \end{bmatrix}$

(D) इनमें से कोई नहीं

65. ऑयलर की विधि की स्थानत: रूंडन त्रुटि है :

(A) O (h)

(B) O (h^2)

(C) O (h^3)

(D) $O\left(h^{\frac{3}{2}}\right)$

66. पिकार्ड की विधि की दो पुनरावृत्तियों के बाद IVP $y' = x + y$, यदि $y(0) = 1$ है, का सन्निकट हल है :

(A) $1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$

(B) $1 + 2x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3}$

(C) $1 + 2x + x^2 + \frac{x^3}{3}$

(D) $1 + x + x^2 + \frac{x^3}{6}$

67. The directional derivative of $f(x, y) = xe^y + \cos(xy)$ at the point (1, 0) in the direction of line $4x + 3y = 0$ is :

(A) -1

(B) $\frac{-1}{5}$

(C) $\frac{7}{5}$

(D) 7

68. The vector field :

$\vec{f}(x,y,z) = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}$ will be irrotational if (a, b, c) =

(A) (4, −2, −1)

(B) (4, 2, 1)

(C) (−4, 2, −1)

(D) (4, 2, −1)

69. Let C be a simple closed curve and R be the plane region bounded by C. If P(x, y) and Q (x, y) are continuous functions with continuous partial derivatives then according to Green's theorem :

(A) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right) dxdy$

(B) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y}\right) dxdy$

(C) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy$

(D) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x}\right) dxdy$

67. $f(x, y) = xe^y + \cos(xy)$ का बिन्दु (1, 0) पर रेखा $4x + 3y = 0$ की दिशा में दिक्-अवकलज है :

(A) -1

(B) $\frac{-1}{5}$

(C) $\frac{7}{5}$

(D) 7

68. सदिश क्षेत्र :

$\vec{f}(x,y,z) = (x + 2y + az)\hat{i} + (bx - 3y - z)\hat{j} + (4x + cy + 2z)\hat{k}$ अघूर्णी होगा, यदि (a, b, c) =

(A) (4, −2, −1)

(B) (4, 2, 1)

(C) (−4, 2, −1)

(D) (4, 2, −1)

69. माना C एक सरल संवृत्त वक्र है तथा R वक्र C से परिबद्ध समतल क्षेत्र है। यदि P(x, y) और Q (x, y) संतत आंशिक अवकलजों के साथ संतत फलन है तो ग्रीन की प्रमेय के अनुसार :

(A) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial Q}{\partial x}\right) dxdy$

(B) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial y}\right) dxdy$

(C) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial x} - \frac{\partial P}{\partial y}\right) dxdy$

(D) $\oint_c (P\,dx + Q\,dy) = \iint_R \left(\frac{\partial Q}{\partial y} - \frac{\partial P}{\partial x}\right) dxdy$

70. Let $\phi = xyz$ and $\vec{f} = \nabla\phi$ be a force field, then the work done by $\vec{f}$ in moving a particle from the point (1, 0, k) to the same point (i-e.(1, 0, k)) is equal to : (here $k \neq 0$ is constant)

(A) 2 k

(B) 3 k

(C) 6 k

(D) None of these

71. Let H and K be two distinct subgroups of a finite group G, each of order 2. Let M be the smallest subgroup of G containing H and K, then the order of M must always be :

(A) 2

(B) 4

(C) 8

(D) None of these

72. Identify the false statement : "A finite group G is abelian if"

(A) $O(G) = 11$

(B) $O(G) \leq 3$

(C) $(ab)^2 = a^2b^2$

(D) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$

where $O(\cdot)$ denotes order of group and $a, b \in G$ (arbitrary elements) :

73. The number of subgroups of the group $\frac{Z}{48Z}$ is :

(A) 5

(B) 6

(C) 10

(D) 24

70. माना $\phi = xyz$ तथा $\vec{f} = \nabla\phi$ एक बल क्षेत्र है तो $\vec{f}$ द्वारा एक कण को बिन्दु (1, 0, k) से उसी बिन्दु (यानि (1, 0, k)) तक चलाने में किया गया कार्य बराबर है : (यहाँ $k \neq 0$ अचर है)

(A) 2 k

(B) 3 k

(C) 6 k

(D) इनमें से कोई नहीं

71. माना H तथा K एक परिमित समूह G के दो उपसमूह है, प्रत्येक की कोटि 2 है। माना H तथा K को अंतर्विष्ट करने वाला G का सबसे छोटा उपसमूह M है, तो M की कोटि सदैव होनी चाहिए :

(A) 2

(B) 4

(C) 8

(D) इनमें से कोई नहीं

72. असत्य कथन की पहचान करें : "एक परिमित समूह G आबेली है, यदि"

(A) $O(G) = 11$

(B) $O(G) \leq 3$

(C) $(ab)^2 = a^2b^2$

(D) $(ab)^{-1} = b^{-1}a^{-1}$

जहाँ $O(\cdot)$ समूह की कोटि को दर्शाता है तथा $a, b \in G$ (स्वैछिक अवयव है) :

73. समूह $\frac{Z}{48Z}$ के उपसमूहों की संख्या है :

(A) 5

(B) 6

(C) 10

(D) 24

74. Let G be a group satisfying the property that "$f : G \to Z_{221}$ is a homomorphism $\Rightarrow f(a) = 0, \forall a \in G$." Then a possible group G is :

(A) Z_{21}

(B) Z_{51}

(C) Z_{91}

(D) Z_{119}

75. Let F be a field of 125 elements. The number of non-zero elements, $\alpha \in F$, such that $\alpha^5 = \alpha$, is :

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 5

76. Let F_1 and F_2 be subfields of a finite field F consisting of 2^9 and 2^6 elements respectively. Then the total number of elements in $F_1 \cap F_2$ equals :

(A) 2^3

(B) 2^4

(C) 2^6

(D) none of these

77. The number of maximal ideals in Z_{27} is :

(A) 0

(B) 1

(C) 3

(D) 9

78. Let R be a principal ideal domain and a, b be any two non-unit elements of R. Then the ideal generated by a and b is also generated by _____.

(A) a + b

(B) ab

(C) lcm (a, b)

(D) gcd (a, b)

74. माना G एक समूह है जो इस गुणधर्म को संतुष्ट करता है कि "$f : G \to Z_{221}$ एक समकारिता है $\Rightarrow f(a) = 0, \forall a \in G$." तब एक संभावित समूह G है :

(A) Z_{21}

(B) Z_{51}

(C) Z_{91}

(D) Z_{119}

75. माना F एक 125 अवयवों वाला क्षेत्र है। अशून्य अवयवों, $\alpha \in F$, की संख्या, ताकि $\alpha^5 = \alpha$, हो, है :

(A) 1

(B) 2

(C) 4

(D) 5

76. माना F_1 तथा F_2 एक परिमित क्षेत्र F के दो उपक्षेत्र हैं जिनमें क्रमश: 2^9 और 2^6 अवयव हैं। तो $F_1 \cap F_2$ में अवयवों की कुल संख्या बराबर है :

(A) 2^3

(B) 2^4

(C) 2^6

(D) इनमें से कोई नहीं

77. Z_{27} में उच्चिष्ठ गुणजावलियों की संख्या है :

(A) 0

(B) 1

(C) 3

(D) 9

78. माना R एक मुख्य गुणजावली प्रान्त है तथा a, b, R के कोई दो गैर-इकाई अवयव है। तब a तथा b से जनित गुणजावली, _____ से भी जनित होती है।

(A) a + b

(B) ab

(C) lcm (a, b)

(D) gcd (a, b)

79. The set of vectors $\{(k, 1-k, k), (0, k-1, 2), (k, 1, 0)\}$ is linearly dependent if :

(A) $k = -2$

(B) $k = -1$

(C) $k = 1$

(D) $k = 2$

79. सदिशों का समुच्चय $\{(k, 1-k, k), (0, k-1, 2), (k, 1, 0)\}$ रैखिय परतन्त्र है यदि :

(A) $k = -2$

(B) $k = -1$

(C) $k = 1$

(D) $k = 2$

80. Let $A \in M_{n \times n}$ and $\alpha = \{I, A, A^2, ..., A^{2n}\}$. Then the dimension of the subspace $W = \text{span}(\alpha)$ satisfies :

(A) $\dim(W) = n$

(B) $\dim(W) \leq n$

(C) $\dim(W) \geq n$

(D) $\dim(W) = n^2$

80. माना $A \in M_{n \times n}$ तथा $\alpha = \{I, A, A^2, ..., A^{2n}\}$ तब उपसमष्टि $W = \text{span}(\alpha)$ की विमा संतुष्ट करती है :

(A) $\dim(W) = n$

(B) $\dim(W) \leq n$

(C) $\dim(W) \geq n$

(D) $\dim(W) = n^2$

81. Let U and W be two subspaces of the vector space V. Which of the following is not a subspace of V ?

(A) $U \cap W$

(B) $U \cup W$

(C) $U + W$

(D) Both (B) and (C)

81. माना U तथा W एक सदिश समष्टि V की दो उपसमष्टियाँ है। निम्न में से कौनसी V की उपसमष्टि नहीं है ?

(A) $U \cap W$

(B) $U \cup W$

(C) $U + W$

(D) (B) और (C) दोनों

82. Let W be a subspace of finite dimensional vector space V. Select the correct statement :

(A) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim \frac{(V)}{\dim(W)}$

(B) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim(V) + \dim(W)$

(C) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim(V) - \dim(W)$

(D) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \gcd(\dim(V), \dim(W))$

82. माना W एक परिमित विमीय सदिश समष्टि V की उपसमष्टि है। सही कथन का चयन करें :

(A) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim \frac{(V)}{\dim(W)}$

(B) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim(V) + \dim(W)$

(C) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \dim(V) - \dim(W)$

(D) $\dim\left(\frac{V}{W}\right) = \gcd(\dim(V), \dim(W))$

83. "A bounded entire function is a constant function." The above theorem is known as :

(A) Lioville's theorem

(B) Cauchy theorem

(C) Rouche's theorem

(D) Morrera's theorem

84. If $z = x + iy$ and $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ then which of the following statements is true ?

(A) Log (r) is harmonic in $\mathbf{C}\backslash\{0\}$

(B) Log (r) has harmonic conjugate in $\mathbf{C}\backslash\{0\}$

(C) Both (A) and (B) are true

(D) Both (A) and (B) are false

85. Let C be the circle given by $z = 1 + ze^{i\theta}$, $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$, then $\oint_C \frac{e^z}{z^2 - 2z} dz =$

(A) $2\pi i (1 - e^2)$

(B) $2\pi i (e^2 - 1)$

(C) $\pi i (1 - e^2)$

(D) $\pi i (e^2 - 1)$

86. For a function to be analytic, the cauchy-Riemann equations are :

(A) A necessary condition

(B) A sufficient condition

(C) Both necessary and sufficient condition

(D) None of these

87. The function $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$, at $z = 0$, has a/an :

(A) pole

(B) zero

(C) essential singularity

(D) non-isolated singularity

83. "एक परिबद्ध सर्वत्र वैश्लेषिक फलन एक अचर फलन होता है"। उपरोक्त प्रमेय को जाना जाता है :

(A) लिओवाइल प्रमेय

(B) कॉशी प्रमेय

(C) राऊची प्रमेय

(D) मोरेरा प्रमेय

84. यदि $z = x + iy$ तथा $r = |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ हो तो निम्न में से कौनसा कथन सत्य है ?

(A) Log (r), $\mathbf{C}\backslash\{0\}$ में प्रसंवादी फलन है।

(B) Log (r) का $\mathbf{C}\backslash\{0\}$ में प्रसंवादी संयुग्मी है।

(C) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

(D) (A) तथा (B) दोनों असत्य हैं।

85. माना C एक वृत्त है जो $z = 1 + ze^{i\theta}$, $0 \leqslant \theta \leqslant 2\pi$ से दिया जाता है तो $\oint_C \frac{e^z}{z^2 - 2z} dz =$

(A) $2\pi i (1 - e^2)$

(B) $2\pi i (e^2 - 1)$

(C) $\pi i (1 - e^2)$

(D) $\pi i (e^2 - 1)$

86. एक फलन के वैश्लेषिक होने के लिए कोशी-रीमैन समीकरण है :

(A) एक आवश्यक प्रतिबन्ध

(B) एक पर्याप्त प्रतिबन्ध

(C) दोनों आवश्यक तथा पर्याप्त प्रतिबन्ध

(D) इनमें से कोई नहीं

87. फलन $f(z) = \sin\left(\frac{1}{z}\right)$ के लिए $z = 0$ पर है एक :

(A) ध्रुव

(B) शून्य

(C) अनिवार्य विचित्रता

(D) अवियुक्त विचित्रता

infty

88. The coefficient of $\frac{1}{z}$ in the Laurent series expansion of the function $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$, valid for the domain $|z| > 1$, is :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

89. The power series $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n z^n}{n}$ is convergent in the region :

(A) $|z| \leq \frac{1}{e}$

(B) $|z| < \frac{1}{e}$

(C) $|z| \leq e$

(D) $|z| < e$

90. Let $R = \{x + iy \in C : 0 < x < 1 \text{ and } -5\pi < y < 5\pi\}$ and Γ be a positively oriented boundary of R. Then

$\oint_{\Gamma} \frac{e^z}{e^z - 2} dz =$

(A) 0

(B) $2\pi i$

(C) $5\pi i$

(D) $10\pi i$

91. The mapping $W = z^2$ maps vertical lines in the z-plane to what curves in w-plane ?

(A) circles

(B) ellipse

(C) parabolas

(D) lines

88. क्षेत्र $|z| > 1$ के लिए वैध, फलन $f(z) = \frac{1}{z(z-1)}$ के, लौरां श्रृंखला प्रसार में $\frac{1}{z}$ का गुणक है :

(A) 0

(B) 1

(C) -1

(D) 2

89. घात श्रेणी $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n z^n}{n}$, क्षेत्र में अभिसारी है :

(A) $|z| \leq \frac{1}{e}$

(B) $|z| < \frac{1}{e}$

(C) $|z| \leq e$

(D) $|z| < e$

90. माना $R = \{x + iy \in C : 0 < x < 1$ तथा $-5\pi < y < 5\pi\}$ तथा R की धनात्मक रूप से अभिविन्यस्त परिसीमा Γ है। तो

$\oint_{\Gamma} \frac{e^z}{e^z - 2} dz =$

(A) 0

(B) $2\pi i$

(C) $5\pi i$

(D) $10\pi i$

91. प्रतिचित्रण $W = z^2$, z-तल की ऊर्ध्वाधर रेखाओं का w-तल में किन वक्रों में प्रतिचित्रण करता है ?

(A) वृत्तों में

(B) दीर्घवृत्तों में

(C) परवलयों में

(D) रेखाओं में

92. If $R = \{x + iy \in \mathbb{C} : 0 < x < 1 \text{ and } \frac{-\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\}$ and the transformation $w = e^z$ maps the region R to Ω. Then the area of the region Ω in w-plane is :

(A) $\pi(e^2 - 1)$

(B) $2\pi(e^2 - 1)$

(C) $4\pi(e^2 - 1)$

(D) $\frac{\pi}{2}\left(e^2 - 1\right)$

93. If $f(z) = \frac{1}{z^2 \sin(z)}$, then $\underset{z \to 0}{\text{Res}}\ f(z)$ is :

(A) $\frac{-1}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{-1}{6}$

(D) $\frac{1}{6}$

94. The branch points for the function $f(z) = \sqrt{z}$ are :

(A) $0, \pm i$

(B) $\pm i, \infty$

(C) $0, \infty$

(D) $0, \pm i, \infty$

95. If the tangential and normal accelerations of a particle describing a plane curve are constant throughout, then the radius of curvature at any point t is given by (a, b and c are some constants) :

(A) $(at + b)^2$

(B) $(at - b)^2$

(C) $\frac{1}{2}at^2 + bt + c$

(D) $\frac{1}{2}at^2 - bt + c$

92. यदि $R = \{x + iy \in \mathbb{C} : 0 < x < 1$ तथा $\frac{-\pi}{2} < y < \frac{\pi}{2}\}$ तथा रूपांतरण $w = e^z$ क्षेत्र R का प्रतिचित्रण Ω में करता है। तो w- तल के क्षेत्र Ω का क्षेत्रफल है :

(A) $\pi(e^2 - 1)$

(B) $2\pi(e^2 - 1)$

(C) $4\pi(e^2 - 1)$

(D) $\frac{\pi}{2}\left(e^2 - 1\right)$

93. यदि $f(z) = \frac{1}{z^2 \sin(z)}$, तो $\underset{z \to 0}{\text{Res}}\ f(z)$ है :

(A) $\frac{-1}{3}$

(B) $\frac{1}{3}$

(C) $\frac{-1}{6}$

(D) $\frac{1}{6}$

94. फलन $f(z) = \sqrt{z}$ के शाखा बिन्दु हैं :

(A) $0, \pm i$

(B) $\pm i, \infty$

(C) $0, \infty$

(D) $0, \pm i, \infty$

95. यदि एक समतल वक्र का वर्णन करने वाले कण के स्पर्शीय तथा अभिलंब त्वरण सदैव अचर रहते हैं, तो किसी बिन्दु t पर वक्रता त्रिज्या होगी (a, b तथा c कोई अचर है)

(A) $(at + b)^2$

(B) $(at - b)^2$

(C) $\frac{1}{2}at^2 + bt + c$

(D) $\frac{1}{2}at^2 - bt + c$

$\frac{v^2}{\rho} = a$

$\frac{d^2s}{dt^2} = b$

$\rho =$

$\frac{dv}{dt} = b$

$v = bt$

13/07/2023 10:25

96. "For small deformations, the stress is proportional to the strain produced." The above statement is :

(A) Newton's Law

(B) Young's Law

(C) Stoke's Law

(D) Hooke's Law

97. The intrinsic equation of a common catenary is :

(A) $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$

(B) $s = c \tan \psi$

(C) $s = c \cos \psi$

(D) $s = c \sin \psi$

where (0. c) is the vertex of the catenary whose axis is y-axis.

98. Four forces of magnitude P, 2P, 4P and 6P are acting along four sides of a square ABCD in a cyclic order, then the magnitude of their resultant is :

(A) $\frac{13}{4}$ P

(B) 5 P

(C) 7 P

(D) $\sqrt{55}/4$ P

99. Is a point moves along a circle with constant speed then its angular velocity about any point on the circle will be _____ of that about the center.

(A) quarter

(B) half

(C) twice

(D) thrice

100. Virtual work refers to :

(A) Virtual work done by Virtual forces

(B) Virtual work done by Actual forces

(C) Actual work done by Virtual forces

(D) Both (A) and (B) are true

-o O o-

96. ''लघु विकृत्तियों के लिए, प्रतिबल उत्पन्न विकृत्ति के अनुक्रमानुपाती होता है।'' यह कथन है :

(A) न्यूटन का नियम

(B) यंग का नियम

(C) स्टोक्स का नियम

(D) हुक का नियम

97. सामान्य कैटेनरी का नैज समीकरण है :

(A) $y = c \cosh\left(\frac{x}{c}\right)$

(B) $s = c \tan \psi$

(C) $s = c \cos \psi$

(D) $s = c \sin \psi$

जहाँ (0. c) कैटेनरी का शीर्ष है जिसकी अक्ष, y-अक्ष है।

98. P, 2P, 4P तथा 6P परिमाण के बल एक वर्ग की चारों भुजाओं के समानान्तर चक्रीय क्रम में कार्यरत है तो उनके परिणामी का परिमाण होगा :

(A) $\frac{13}{4}$ P

(B) 5 P

(C) 7 P

(D) $\sqrt{55}/4$ P

99. यदि एक बिन्दु एक वृत्त के साथ अचर गति से चलता है तो वृत्त पर स्थित किसी भी बिन्दु के सापेक्ष इसका कोणीय वेग, केन्द्र के सापेक्ष कोणीय वेग का _____ होगा :

(A) एक चौथाई

(B) आधा

(C) दुगुना

(D) तिगुना

100. आभासी कार्य संदर्भित करता है :

(A) आभासी बलों द्वारा किये गये आभासी कार्य को।

(B) वास्तविक बलों द्वारा किये गये आभासी कार्य को।

(C) आभासी बलों द्वारा किये गये वास्तविक कार्य को।

(D) (A) तथा (B) दोनों सत्य हैं।

-o O o-

UNIVERSITY OF RAJASTHAN, JAIPUR
URATPG 2023

Subject Code: 23
Date: 12.07.2023
Shift : 10.30 to 12.30 PM
Subject name: MATHEMATICS

ANSWER KEY

Q. No	ANS	Q. No	ANS	Q. No	ANS	Q. No	ANS	Q. No	ANS
1	A	21	D	41	C	61	B	81	B
2	C	22	D	42	D	62	A	82	C
3	C	23	B	43	B	63	C	83	A
4	A	24	D	44	D	64	C	84	A
5	B	25	D	45	D	65	B	85	D
6	B	26	C	46	C	66	D	86	A
7	D	27	C	47	D	67	B	87	C
8	A	28	A	48	A	68	D	88	A
9	B	29	B	49	C	69	C	89	B
10	D	30	B	50	D	70	D	90	D
11	B	31	C	51	D	71	D	91	C
12	A	32	C	52	C	72	D	92	D
13	C	33	B	53	A	73	C	93	D
14	C	34	A	54	A	74	A	94	C
15	B	35	B	55	B	75	C	95	A
16	A	36	A	56	C	76	A	96	D
17	A	37	D	57	B	77	B	97	B
18	B	38	A	58	B	78	D	98	B
19	D	39	B	59	C	79	B	99	B
20	C	40	A	60	A	80	B	100	B

NOTE: ANY OBJECTION RELATED TO THE ANSWER KEY SHOULD BE MAILED WITHIN 48 HOURS OF THE EXAMINATION AT grievanceuratpg2023@gmail.com IN THE RELEVANT FORMAT ALONG WITH CLEAR SCANNED COPY OF PROOF AS ATTACHMENT. OBJECTIONS RECEIVED AFTER 48 HOURS WOULD NOT BE ENTERTAINED.

Convener, URATPG-2023

infty

UNIVERSITY OF RAJASTHAN, JAIPUR
URATPG 2023

Subject Code: 23
Date: 12.07.2023
Shift : 10.30 to 12.30 PM
Subject name: MATHEMATICS

FINAL ANSWER KEY

Q. No	ANS	Q. No	ANS	Q. No	ANS	Q. No	ANS	Q. No	ANS
1	A	21	D	41	C	61	B	81	B
2	C	22	D	42	D	62	B	82	C
3	C	23	B	43	B	63	C	83	A
4	A	24	D	44	D	64	C	84	A
5	B	25	C	45	D	65	B	85	D
6	B	26	C	46	C	66	D	86	A
7	D	27	C	47	D	67	B	87	C
8	A	28	A	48	A	68	D	88	A
9	B	29	B	49	C	69	C	89	B
10	D	30	B	50	D	70	D	90	D
11	B	31	C	51	A	71	D	91	C
12	A	32	C	52	C	72	D	92	D
13	C	33	B	53	A	73	C	93	D
14	C	34	A	54	A	74	A	94	C
15	B	35	B	55	B	75	C	95	A
16	A	36	A	56	C	76	A	96	D
17	A	37	D	57	B	77	B	97	B
18	B	38	A	58	B	78	D	98	B
19	D	39	B	59	C	79	B	99	B
20	*	40	A	60	A	80	B	100	B

- **BENEFIT TO ALL**

Convener, URATPG-2023